学号:　　　　姓名:　　　　班级:

装　订　线

江苏技术师范学院东方学院 2006—2007 学年第一学期

《高等数学》试卷（B）

注意事项：

1．本试卷适用于 06 级经济管理专业学生使用。

2．本试卷共 4 页，满分 100 分，答题时间 120 分钟。

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						

得分	评卷人

一、填空与选择（本大题共八道小题，每小题 3 分，共 24 分）

1．当 $x \to 0$ 时，与 $4x^2 + 3x^3$ 等价的无穷小量是（　　　）．

(A) $4x^2$； (B) $3x^2$； (C) $3x^3$； (D) $4x^3$．

2. 下列极限正确的是（　　　）．

(A) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{x}\sin x = 1$; (B) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\sin x}{x} = 1$; (C) $\lim\limits_{x\to\infty} x\sin\frac{1}{x} = \infty$; (D) $\lim\limits_{x\to 0} x\sin\frac{1}{x} = 1$.

3. 若函数 $f(x) = \begin{cases} \sin x & x \le 0 \\ a + x, & x > 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处连续，则常数 $a =$______________.

4. 已知 $f(0) = 0$，且 $f'(0)$ 存在，则 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{f(x)}{x} =$______________.

5. 设 $y = \arctan x + 2\tan x$ ，则 dy=______________.

6. 已知函数 $f(x) = a\sin x + \frac{1}{3}\sin 3x$ 在 $x = \frac{\pi}{3}$ 处取得极值，则 a=______________.

7. 设某商品的需求函数为 $Q=kP^{-2}$(其中 P 为售价)，则需求弹性为___________.

8. 设 $z=e^{\sin xy}$，则 dz=______________.

得分	评卷人

二、计算题(共八道小题，每小题 6 分，共 48 分)

9. 求极限 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{e^x - e^{-x}}{\sin x}$.

10. 求极限 $\lim\limits_{x\to 0}(1-x)^{\frac{1}{x}+1}$.

11. 已知函数 $y=\dfrac{x}{1-\cos x}$，求 y'.

12. 求函数 $y=\sin(1+e^{x})$ 的微分.

13. 求由方程 $y=1+xe^{y}$ 所确定的隐函数 $y=f(x)$的导数 y'.

14. 已知 $z=u^{2}\ln v$, 而 $u=\dfrac{x}{y}$, $v=3x-2y$, 求 $\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

15. 设 $z=x\ln(x+y)$，求 $\dfrac{\partial^{2}z}{\partial x^{2}},\dfrac{\partial^{2}z}{\partial x\partial y}$.

16. 设函数 $z=z(x,y)$ 是由方程 $e^{z}=xyz$ 所确定的隐函数，求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 及 $\frac{\partial z}{\partial y}$.

得分	评卷人

三、应用题(共二道小题，每小题 8 分，共 16 分)

17. 确定函数 $y=x^{3}-x^{2}-x+1$ 的单调区间和极值.

18. 某厂生产某种产品 x 件所需要的成本为 $C(x)=5x+200$; 销售后得到的总收入为 $R(x)=10x-0.01x^{2}$. 问该厂每批生产多少件产品才能使得利润最大?

得分	评卷人

四、讨论或分析题(本题 6 分)

19. 试确定常数 a, b 的关系，使 $f(x)=\begin{cases} a+bx^2, x\le 0 \\ \dfrac{\sin bx}{x}, \ x>0 \end{cases}$ 在 x=0 处连续.

得分	评卷人

五、证明题(本题 6 分)

20. 证明: 当 $x\neq 0$ 时, 有 $e^x>1+x$.

江苏技术师范学院东方学院 2006—2007 学年第一学期

《高等数学》试卷（B）参考答案及评分标准

一、填空与选择（本大题共八道小题，每小题 3 分，共 24 分）

1. A.

2. A.

3. $a=0$.

4. $f'(0)$.

5. $dy=\left(\dfrac{1}{1+x^2}+2\sec^2 x\right)dx$.

6. 2.

7. 2.

8. $e^{\sin xy}\cos xy\,(ydx+xdy)$.

9. 解：$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x-e^{-x}}{\sin x}=\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^x+e^{-x}}{\cos x}$ ------- 4 分

$=\dfrac{1+1}{1}=2$ ------- 2 分

10. 解：$\lim\limits_{x\to 0}(1-x)^{\frac{1}{x}+1}=\lim\limits_{x\to 0}(1-x)^{\frac{1}{-x}(-1)}\lim\limits_{x\to 0}(1-x)$ -------4 分

$=e^{-1}$. -------2 分

11. 解：$y=\dfrac{1-\cos x-x(1-\cos x)'}{(1-\cos x)^2}$ ——3 分

$=\dfrac{1-\cos x-x\sin x}{(1-\cos x)^2}$ ——3 分

12. 解：$dy=\cos(1+e^x)\cdot d(1+e^x)$ ——3 分

$=\cos(1+e^x)\cdot e^x dx$. ——3 分

13. 解: 方程各项对 x 求导得

$y'=e^{y}+xe^{y}\cdot y'$, ——4 分

解出 y' 得 $y'=\frac{e^y}{1-xe^y}$，或 $y'=\frac{e^y}{2-y}$ ——2 分

14. 解: $\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{\partial z}{\partial u}\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial z}{\partial v}\frac{\partial v}{\partial y}$ ——2 分

$=2u\ln v\cdot(-\frac{x}{y^2})+\frac{u^2}{v}\cdot(-2)=-\frac{2x^2}{y^3}\ln(3x-2y)-\frac{-2x^2}{y^2(3x-2y)}$. ——4 分

15. 解：$\frac{\partial z}{\partial x}=\ln(x+y)+\frac{x}{x+y}$, ——2 分

$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=\frac{1}{x+y}+\frac{y}{(x+y)^2}$, ——2 分

$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=\frac{1}{x+y}-\frac{x}{(x+y)^2}$ ——2 分

16. 解: 设 $F(x,y,z)=e^z-xyz$ 则

$F'_x=-yz$，$F'_y=-xz$，$F'_z=e^z-xy$ ——————2 分

$\frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{F'_x}{F'_z}=-\frac{-yz}{e^z-xy}=\frac{yz}{e^z-xy}$, ——————2 分

$\frac{\partial z}{\partial y}=-\frac{F'_y}{F'_z}=-\frac{-xz}{e^z-xy}=\frac{xz}{e^z-xy}$. ——————2 分

17. 解: 函数的定义域为$(-\infty, +\infty)$,

令 $f'(x)=3x^2-2x-1=(3x+1)(x-1)=0$, 得为 $x=-1/3$, $x=1$.——2 分

列表分析:

x	$(-\infty, -1/3)$	$-1/3$	$(-1/3, 1)$	1	$(1, +\infty)$
$f'(x)$	+	0	–	0	+
$f(x)$	↗	32/27 极大	↘	0 极小	↗

单调增区间为$(-\infty, -1/3)$和$(0, +\infty)$, 单调减区间为$(-1/3, 1)$, 极小值为 $f(1)= 0$, 极大值 $f(-1/3)=32/27$. ——2 分

18. 解：利润函数为

$L(x)=R(x)-C(x)=10x-0.01x^2-(5x+200)=5x-0.01x^2-200$, ——3 分

由 $L'(x)=5-0.02x=0$，解得唯一驻点为 $x=250$. ——2 分

因为 $L''(x)=-0.02<0$, 所以 $x=250$ 是 $L(x)$ 的极大值点，也是最大值点.

所以每批生产 250 件产品才能使得利润最大. ——3 分

19. 解：$\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}(a+bx^2)=a, \lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{\sin bx}{x}=b$------- 2 分

要使 $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=f(0)$ 即在 x=0 处连续 ------ 2 分

则必须 $a=b$ ------（2 分）

20. 证明 令 $f(t)=e^t$, 则 $f(t)$ 在以 0 与 x 为端点的闭区间上应用拉格朗日中值定理可得

$e^x-e^0=e^{\xi}(x-0)$, 其中 ξ 介于 0 和 x 之间. 即 $e^x-1=e^{\xi}\cdot x$. ——3 分

当 $x<0$ 时, 有 $x<\xi<0$, 从而 $e^{\xi}<1$, $e^{\xi}\cdot x>x$, 所以 $e^x-1>x$,

当 $x>0$ 时, 有 $0<\xi<x$, 从而 $e^{\xi}>1$, $e^{\xi}\cdot x>x$, 所以 $e^x-1>x$.

综合得, 当 $x\neq 0$ 时, 有 $e^x>1+x$. ——3 分

即 $-e^{-\xi}f(\xi)+e^{-\xi}f'(\xi)=0$，所以 $f'(\xi)=f(\xi)$. ——1 分